



GUIA N°9 MATEMATICA SEGUNDOS MEDIOS GEOMETRIA- TRIGONOMETRIA

Puntaje Total: 32 puntos.

Nombre:	Curso: 2 medio ____
Fecha:	Mail del profesor:

OA 8. Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:

- relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos
- explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
- aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados
- resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas

INSTRUCCIONES.

- Lee atentamente cada una de las definiciones y analiza los ejercicios resueltos. Luego aplica.
- Desarrolla todas las actividades en tú cuaderno.
- Si tienes dudas consulta al correo tu profesor:

Claudia Méndez → claudia.mendez@politecnicosanluis.cl

Raúl Correa → raul.correa@politecnicosanluis.cl

Alicia Cifuentes → alicia.cifuentes@politecnicosanluis.cl

Profesora Programa de Integración Escolar

Katya Montero: katya.montero@politecnicosanluis.cl

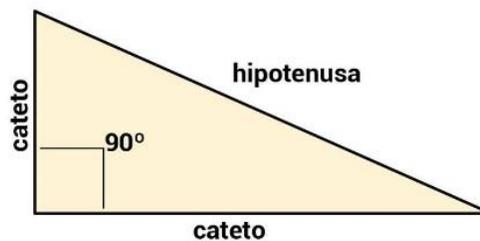
Dominique Sancy: dominique.sancy@politecnicosanluis.cl

Teorema de Pitágoras

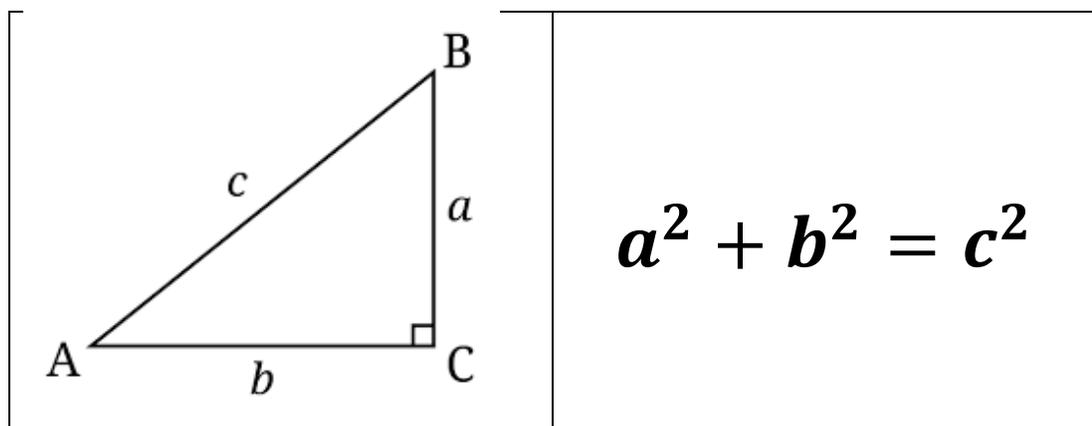
El teorema de Pitágoras, enunciado por el matemático griego Pitágoras en el siglo V a.C., es uno de los más conocidos e importantes de la geometría y posee gran cantidad de aplicaciones tanto en distintas partes de las matemáticas como en situaciones de la vida diaria.

El Teorema de Pitágoras se aplica en triángulos rectángulos. Se denomina triángulo rectángulo a cualquier triángulo que posea ángulo de 90°, ángulo recto.

El ángulo recto en el triángulo rectángulo está formado por los **dos lados de menor longitud**, conocidos como **catetos**, mientras que el **tercer lado** recibe el nombre de **hipotenusa**.



El Teorema de Pitágoras afirma que ***“en un triángulo rectángulo cualquiera, la suma de los cuadrados de los catetos será siempre igual al cuadrado de la hipotenusa”***



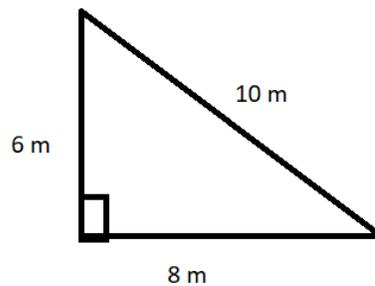
Ejercicios Resueltos

- 1) Verifica si los siguientes datos de medidas corresponden a un triángulo rectángulo:

6 m; 8 m y 10 m

Desarrollo:

- *Otorgamos valores a los catetos y a la hipotenusa...como sabemos **la hipotenusa es la recta de mayor medida** por lo tanto tenemos la siguiente figura.*



- *Aplicamos teorema de Pitágoras*

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- *Reemplazamos datos:*

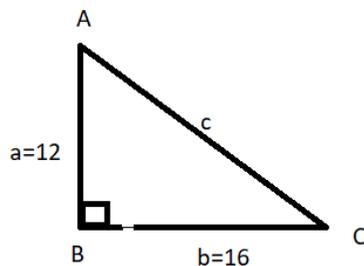
$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$36 + 64 = 100$$

$$100 = 100$$

- *Como la igualdad se cumple, es decir, $100=100$, podemos decir que las medidas si corresponden a un triángulo rectángulo.*

- 2) Según el triángulo ABC (rectángulo en B) de la figura, calcule el valor de "c".



Datos:

Medida catetos.: $a=12$, $b=16$

Medida Hipotenusa: $c=x$

Aplicación T. Pitágoras como:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

	<p>Reemplazamos valores</p> $12^2 + 16^2 = x^2$ <p>Resolvemos</p> $144 + 256 = x^2$ $400 = x^2$ $\sqrt{400} = \sqrt{x^2}$ $20 = x$ <p>Respuesta: El valor de "c" es 20</p>
--	---

3) Según el triángulo ABC (rectángulo en B) de la figura, calcule el valor de "b"

	<p>Datos:</p> <p>Medida catetos.: a=5, b=x Medida Hipotenusa: c=13</p> <p>Aplicación T. Pitágoras como: $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>Reemplazamos valores</p> $5^2 + x^2 = 13^2$ <p>Resolvemos</p> $25 + x^2 = 169$ $x^2 = 169 - 25$ $x^2 = 144$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{144}$ $x = 12$ <p>Respuesta: El valor de "b" es 12 cm.</p>
--	--



Actividad N°1

- 1) Verifica si los siguientes lados corresponden a los de un triángulo rectángulo:

Recuerda:

La HIPOTENUSA corresponde al lado de MAYOR LONGITUD

Una vez identificados los catetos y la hipotenusa, reemplaza los datos en la formula

$$a^2 + b^2 = c^2$$

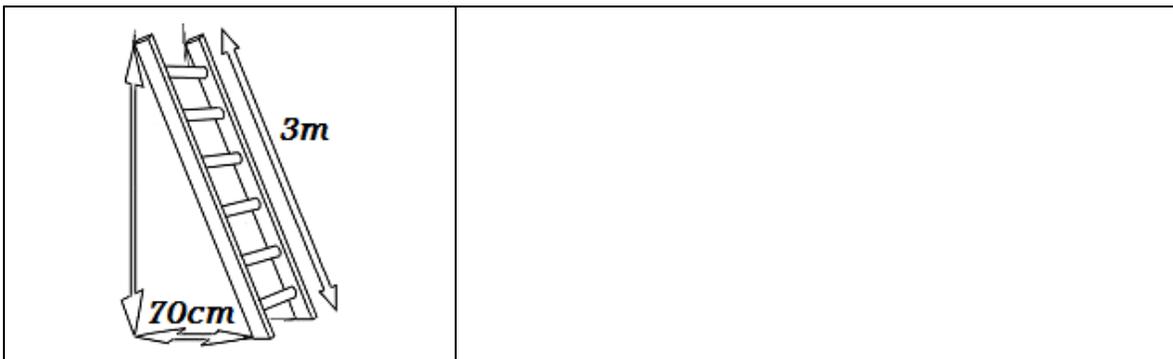
a) 5 m, 12 m, 13 m.	b) 8 m, 13 m, 16 m.
c) 15 m, 20 m, 25 m.	d) 6 m, 8 m, 12 m

- 2) En cada caso **encuentra la medida de la hipotenusa** del triángulo rectángulo, sabiendo que la medida de los catetos es:

a) 3 cm, 4 cm.	b) 10 cm, 24 cm.
c) 12 cm, 16 cm.	d) 6 m, 8 m.

- 3) Para mantener en posición vertical un poste de la luz se emplea un cable de **15 m de largo** que va desde lo alto del poste a una estaca clavada a **9 m de distancia** de la base del poste. ¿Qué altura tiene el poste?

- 4) Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de **3 metros** apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a **70 centímetros** de ésta.



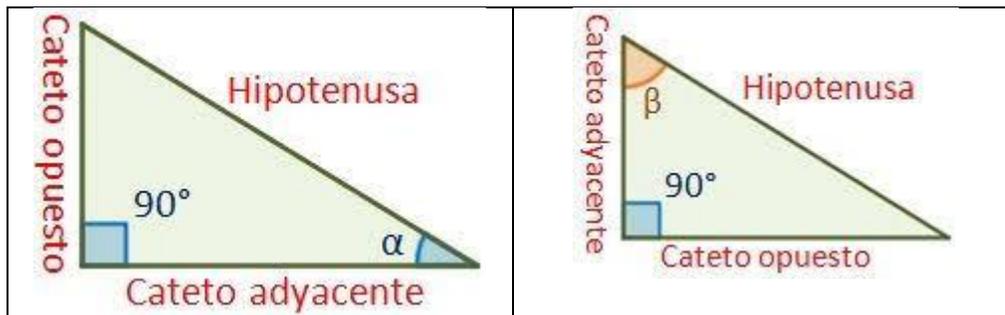
- 5) Al atardecer, un árbol proyecta una sombra de **2,5 metros de longitud**. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de **4 metros**, ¿cuál es la altura del árbol?



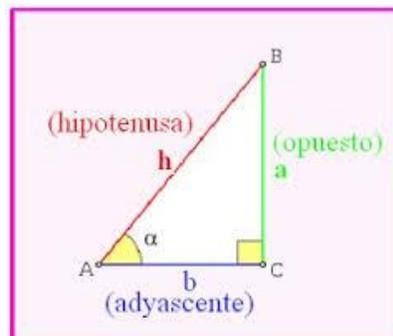
TRIGONOMETRIA

¿Qué es la Trigonometría? Es la relación entre las medidas de los ángulos de un triángulo y sus lados.

Funciones Trigonométricas: Son razones Trigonométricas que representa la relación que existe entre los lados de un triángulo. Para poder aplicar las razones trigonométricas debemos identificar la posición de los lados respecto al ángulo con el que trabajaremos. Estos lados los identificaremos como: Cateto adyacente; que es la recta que nace del vértice del ángulo y Cateto Opuesto es el que se encuentra frente al ángulo. La hipotenusa será siempre el lado de mayor medida.



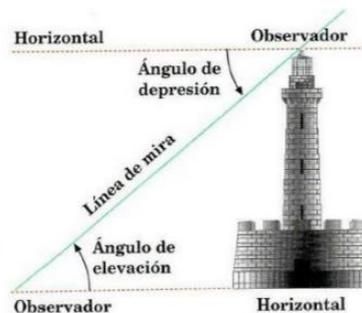
Razones Trigonométricas



$\text{seno } \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$	$\text{cosecante } \alpha \Rightarrow \csc \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$
$\text{coseno } \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$	$\text{secante } \alpha \Rightarrow \sec \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$
$\text{tangente } \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$	$\text{cotangente } \alpha \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$

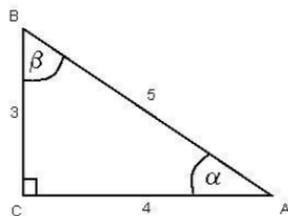
Angulo de elevación y de depresión:

Son aquellos ángulos formados por la horizontal, considerada a nivel del ojo del observador y la línea de mira, según que el objeto observado esté por sobre o bajo esta última. Con respecto a un observador, los ángulos de elevación y de depresión constituyen ángulos alternos internos entre paralelas, por lo tanto, sus medidas son iguales.



Ejercicios Resueltos

- 1) Considere el triángulo ABC de la figura, con catetos $AC = 4$ cm, $BC = 3$ cm e hipotenusa $AB = 5$ cm. Calculemos respecto de los ángulos agudos α y β las razones trigonométricas



$\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$	$\sin \beta = \frac{4}{5} = 0,8$
$\cos \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$	$\cos \beta = \frac{3}{5} = 0,6$
$\tan \alpha = \frac{3}{4} = 0,75$	$\tan \beta = \frac{4}{3} = 1,33$
$\csc \alpha = \frac{5}{3} = 1,66$	$\csc \beta = \frac{5}{4} = 1,25$
$\sec \alpha = \frac{5}{4} = 1,25$	$\sec \beta = \frac{5}{3} = 1,66$
$\cot \alpha = \frac{4}{3} = 1,33$	$\cot \beta = \frac{3}{4} = 0,75$

- 2) Considere un triángulo ABC rectángulo en C, donde $\cos \alpha = 5/7$.
Determine el valor de cosecante de α , secante de α y cotangente de α .

Desarrollo

Como sabemos:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{5}{7}$$

Entonces tenemos que:

- Cateto adyacente= 5
- Hipotenusa= 7

Nos faltaría calcular el valor de cateto opuesto, para esto aplicamos teorema de Pitágoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Reemplazamos los valores y resolvemos

$$5^2 + b^2 = 7^2$$

$$25 + b^2 = 49$$

$$b^2 = 49 - 25$$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{24}$$

$$b = 2\sqrt{6}$$

El valor del cateto opuesto es $2\sqrt{6}$, ahora podemos calcular las razones trigonométricas solicitadas

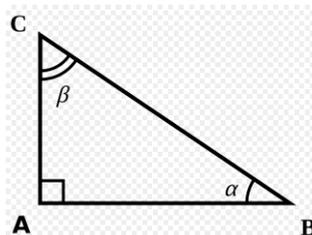
$$\csc \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{7}{2\sqrt{6}}$$

$$\sec \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{7}{5}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{7}{2\sqrt{6}}$$

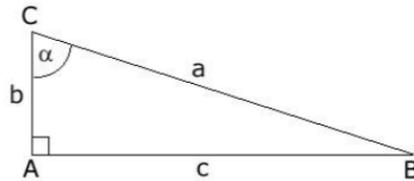
Actividad N°2

- 1) Considere un triángulo rectángulo ABC, con catetos AB = 12 cm, AC = 5 cm e hipotenusa BC = 13 cm. Determine las razones trigonométricas para β



--	--

- 2) En la figura, $\cos \alpha = 0,15$ y $b = 1,5$ cm. Entonces, ¿cuál es la medida de la hipotenusa?



--

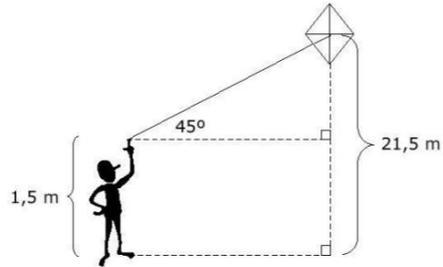
- 3) Si la cosecante de α es $\frac{65}{16}$, hallar la cotangente de α

--

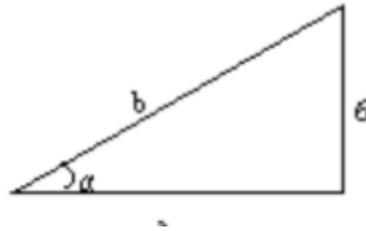
- 4) Para determinar la altura de un poste, Cristian se ha alejado 7 metros de su base y ha medido el ángulo que forma la visual al punto más alto del poste, obteniendo un valor de 40° . Si Cristian ignora su propia altura, ¿cuál es la altura del poste?

--

- 5) ¿Cuál es la longitud del hilo que sujeta el volantín de la figura, si el ángulo de elevación es de 45° ?



- 6) De la figura calcular b , si $\tan \alpha = \frac{1}{3}$





- 7) El perímetro de un triángulo isósceles cuya base mide 10 es 36. Calcular el valor de la tangente de alguno de sus ángulos iguales.