



Guía de Raíces

Nombre: _____	Curso: 2 medio _____	Fecha: _____
----------------------	-----------------------------	---------------------

Raíces

La radicación (o raíz) n -ésima de un número " a " es cualquier número " b " tal que $b^n = a$. Puede interpretarse también como una potencia con exponente racional.

$$b^n = a \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

" a " es el subradical y " n " el índice

La raíz cuadrada de 2 es 1,41...	$1,41... = \sqrt{2} \Leftrightarrow 2 = (1,41...)^2$
La raíz cuadrada de 4 es 2	$2 = \sqrt{4} \Leftrightarrow 4 = 2^2$
La raíz cúbica de 729 es 9	$9 = \sqrt[3]{729} \Leftrightarrow 729 = 9^3$
La raíz quinta de 32 es 2	$2 = \sqrt[5]{32} \Leftrightarrow 32 = 2^5$

NOTA:

Si $a < 0$ y n impar, entonces $\sqrt[n]{a} < 0$

Si $a < 0$ y n par, entonces $\sqrt[n]{a} \notin \mathbb{R}$

Si $a > 0$, entonces $\sqrt[n]{a} > 0$

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES

1) Multiplicación de raíces de igual índice:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

Se multiplican las bases y se conserva el índice.



Ejemplo 1

Calcular los siguientes productos de raíces cúbicas y quintas:

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} \\ & \sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{-2} \end{aligned}$$

Solución

Aplicamos la propiedad del producto de raíces.

Primer producto:

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \\ & = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = \\ & = \sqrt[3]{2^3} = 2 \end{aligned}$$

Observen que la raíz se cancela porque el radicando es una potencia con exponente 3 y el orden de la raíz es 3.

Segundo producto:

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{-2} = \\ & = \sqrt[5]{4 \cdot (-4) \cdot (-2)} = \\ & = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2 \end{aligned}$$

La raíz se cancela por la misma razón que en producto anterior.

2) División de raíces de igual índice:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Se dividen las bases y se conserva el índice.



Ejemplo 2

Calcular los siguientes cocientes de raíces cuadradas y cúbicas:

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{-6}}$$

Solución

Aplicamos la propiedad del cociente de raíces.

Primera división:

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} &= \sqrt{\frac{18}{2}} = \\ &= \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3\end{aligned}$$

Segunda división:

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{-6}} &= \sqrt[3]{\frac{48}{-6}} = \\ &= \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = \\ &= -2\end{aligned}$$



3) Raíz de raíz:

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

Para determinar la raíz de una raíz, se multiplican los índices y se conserva la cantidad subradical.

Ejemplo 3

$$\sqrt[7]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[7 \cdot 3]{5} = \sqrt[21]{5}$$

4) Raíz de una potencia cuyo exponente es igual al índice:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

Exponente e índice se anulan entre sí, por lo tanto, desaparece el radical y la base queda aislada.

Ejemplo 4

$$\sqrt{5^2} = 5$$

$$\sqrt[5]{7^5} = 7$$

5) Propiedad de amplificación:

$$\sqrt[n]{a^z} = \sqrt[nm]{a^{zm}}$$

Tanto el índice como el exponente de la potencia pueden amplificarse por un mismo valor.

Ejemplo 5

$$\sqrt[3]{4^5} \text{ amplificada por 4 se obtiene } \sqrt[3 \cdot 4]{4^{5 \cdot 4}} = \sqrt[12]{4^{20}}$$



6) Ingreso de un factor dentro de una raíz:

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$$

(con la restricción que $a > 0$ si n es par)

Para introducir un factor dentro de una raíz se coloca el factor dentro del radical como potencia con exponente igual al índice y multiplicando a los demás factores.

Ejemplo 6

$2^3\sqrt{3}$ se quiere ingresar el 2 a la raíz así $\sqrt[3]{2^3 3}$

Observación: las propiedades anteriores son válidas solamente en el caso de que las raíces estén definidas en los números reales.

Ejercicios

1) Calcular la siguiente potencia: $9^{1/2}$

2) Escribir la potencia como una raíz: $3^{3/4}$

3) Escribir la siguiente potencia como una raíz: $(\sqrt{5})^{5/2}$

4) Simplificar: $\left(\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{12}}\right)^3$

5) Escribir como una raíz: $(\sqrt[12]{49})^3$



$$\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}} \right)^{48}$$

6) Calcular:

7) Escribir en forma de raíz: $72^{2/3}$

8) Escribir como una raíz: $\sqrt{\sqrt[3]{4}}$

9) Calcular: $2\sqrt{4\sqrt{16}}$

10) Simplificar: $\left(\sqrt[3]{\frac{9}{\sqrt{2}}} \right)^2$

11) Calcular: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \left(\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{45}} \right)^{-1}$

12) Calcular: $\left(\sqrt{\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}} \right)^6} \right)^4$

13) Escribir en forma de raíz: $(\sqrt[3]{-5})^{6/3}$

14) Calcular: $\sqrt{\frac{\sqrt{\sqrt[3]{11}}}{\sqrt[3]{\sqrt{11}}}}$